

平成30年度一般入学試験問題

数 学

【注意事項】

1. この問題冊子には答案用紙が挟み込まれています。試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後、問題冊子と答案用紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。
3. 問題冊子には計3問の問題が数1～数4ページに記載されています。落丁、乱丁および印刷不鮮明な箇所があれば、手をあげて監督者に知らせなさい。
4. 答案には、必ず鉛筆（黒「HB」「B」程度）またはシャープペンシル（黒「HB」「B」程度）を使用しなさい。
5. 解答は答案用紙の指定された場所に記入しなさい。ただし、解答に関係のないことが書かれた答案は無効にすることがあります。
6. 問題冊子の余白は下書きに利用しても構いません。
7. 問題冊子および答案用紙はどのページも切り離してはいけません。
8. 問題冊子および答案用紙を持ち帰ってはいけません。

受験番号	
------	--

1 次の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。 [配点 80 点]

(1) 実数 x, y が $x^2 + y^2 = 2$ を満たすとき, 式 $x^2 + 2y$ の値の最大値, 最小値を求めなさい。また, そのときの x, y の値を求めなさい。 [20 点]

(2) 点 O を中心とする円の内部の点 P を通る弦 AB について, $PA \cdot PB = 7$, $OP = 3$ であるとき, この円の半径を求めなさい。 [20 点]

1

(続き)

(3) a は実数とする。 $\sin \theta + \cos \theta = a$ のとき、 $\tan \theta$ の値が存在するような a の値の範囲と、そのときの $\tan \theta$ の値を求めなさい。 [20 点]

(4) 10 進法で表すと 2 桁のある正の整数 n がある。

n を、9 進法で表すと 2 桁の 9 進数で表され、8 進法で表すとやはり 2 桁の 8 進数で表される。9 進数の 9^1 の位の数と 8 進数の 8^1 の位の数は等しく、 9^0 の位の数は 8^0 の位の数より 3 小さい。

さらに、 n を 7 進法で表したらこれも 2 桁の 7 進数で表され、9 進数で表したときと比べて、 7^0 の位の数と 9^1 の位の数が等しく、 7^1 の位の数と 9^0 の位の数が等しい。

n を 10 進法で表わしなさい。 [20 点]

2 関数 $f(x) = e^{-x} \sin x$ に対し、 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれる部分の面積を S とするとき、次の問いに答えなさい。 [配点 40 点]

- (1) 閉区間 $[0, 3\pi]$ における $f(x)$ の極値をすべて求めなさい。
- (2) 閉区間 $[0, \pi]$ における $y = f(x)$ と x 軸で囲まれる部分の面積 S_0 を求めなさい。
- (3) n を $n > 0$ を満たす整数とすると、閉区間 $[n\pi, (n+1)\pi]$ の任意 x に対して、 $|f(x)| = e^{-n\pi}|f(x - n\pi)|$ が成り立つことを示しなさい。
- (4) (3)で示したことを使い、面積 S を求めなさい。

3 1枚の硬貨を n 回投げ、表が出たときは 1, 裏が出たときは 0 を割り当てることで得られる数の列を x_1, x_2, \dots, x_n とする。同じ試行により新たに得られる数の列を y_1, y_2, \dots, y_n とする。

$z = x_1 + x_2 + \dots + x_n$, $w = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n$ とおくとき、次の問いに答えなさい。 [配点 30 点]

- (1) m は 0 以上 n 以下の整数とするとき、 $z = m$ となる確率を求めなさい。
- (2) w の値が奇数となる確率 p_n を求めなさい。
- (3) z の値が奇数となる確率 q_n を求め、 p_n と q_n の大小を比べなさい。